2025年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験 2 期

数学 I

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、<u>計算式</u> の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

I　以下の問いに答えなさい。

問 1　$\left(a^8+1\right)\left(a^4+1\right)\left(a^2+1\right)(a+1)(a-1)$ を展開しなさい。

問 2　x^4-5x^2+4 を因数分解しなさい。

問 3　$\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ+\sin 30^\circ\cdot\cos 60^\circ-\dfrac{1}{2}\tan^2 45^\circ$ の値を求めなさい。

問 4　次の条件をすべて満たす集合 $A,\ B,\ C$ をそれぞれ求めなさい。

$$A\cup B=\{1,2,3,4,5\},\quad B\cup C=\{2,3,4,5,6\},\quad A\cap B=\{2,4\},$$
$$B\cap C=\{3,5\},\quad A\cap C=\varnothing,\quad A\cup B\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}$$

問 5　河川に架かるアーチ状の鉄骨で道路を吊る形状の全長 100m の橋を設計する。このアーチの両端を河川両岸の路面（$x=0,100$ の地点）に設置すると、位置 x での路面からアーチまでの高さは 2 次関数 $f(x)$ で表される。なお、路面からアーチの頂点までの高さは 25m で頂点は橋の中央に配置するものとする。以下の問いに答えなさい。

(1)　2 次関数 $f(x)$ を求めなさい。

(2)　橋のアーチ部分の下を車両が通過できるようにする。アーチ部分の高さが 15m 以上になる区間（x の範囲）を求めなさい。

Ⅱ　あるクラスの生徒 20 人の数学のテストの点数（昇順）がある。以下の問いに答えなさい。

点数:　35, 42, 57, 60, 65, 70, 72, 74, 76, 78, 78, 80, 82, 84, 85, 85, 86, 88, 88, 90

問 1　このデータの中央値を求めなさい。

問 2　四分位範囲（IQR）を求めなさい。

問 3　箱ひげ図を描きなさい。また、図中に最小値、最大値、第 1 ～ 3 四分位数を示しなさい。

問 4　次のテストで全員の点数が 10 点ずつ上がった。このとき、平均値と標準偏差にどのような変化が起こるか論じなさい。

Ⅲ　1 辺の長さが 8 の正方形 ABCD について、辺 AB, BC, CD の各辺上にそれぞれ点 P, Q, R を $\mathrm{AP}=x,\ \mathrm{BQ}=2x,\ \mathrm{CR}=x+4\quad(0<x<4)$ となるようにとるとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　△PBQ および △QCR の面積をそれぞれ $S_1,\ S_2$ とおくとき、$S_1,\ S_2$ を x の式で表しなさい。

問 2　台形 PBCR の面積 S_3 を求めなさい。

問 3　△PQR の面積 S_4 の最小値を求めなさい。

Ⅳ　座標平面上において、放物線 $y=x^2$ 上に点 P があり、点 P の x 座標を p（正の定数）とする。また、点 P と y 軸に対して対称な位置にある点を点 Q 、原点 (0, 0) を点 O として △OPQ を考える。以下の問いに答えなさい。

問 1　辺 OP, OQ, PQ それぞれの長さを p を用いて表しなさい。

問 2　$\angle\mathrm{OPQ}=\theta$ とし、$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ を満たすとき、△OPQ の面積 S を求めなさい。

問 3　問 2 のとき、△OPQ の内接円の面積 S' を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

2025年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ解答用紙 (No.1)

Ⅰ

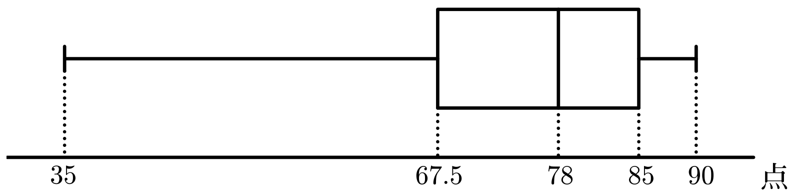
問 1	$a^{16}-1$	問 2	$(x-2)(x+2)(x-1)(x+1)$
問 3	$\dfrac{3}{4}$		
問 4	$A=\{1,\ 2,\ 4\},\quad B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\},\quad C=\{3,\ 5,\ 6\}$		

問 5

(1)	(2)
$f(x)=-\dfrac{1}{100}x^2+x\quad(0\leqq x\leqq 100)$	$50-10\sqrt{10}\leqq x\leqq 50+10\sqrt{10}$

小　計

Ⅱ

問 1	78 点	問 2	17.5 点
問 3			
問 4	平均点は 10 点上がるが、標準偏差は変化しない。		

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$$S_1=\frac{1}{2}\mathrm{PB}\cdot\mathrm{BQ}=-x^2+8x$$

$$S_2=\frac{1}{2}\mathrm{QC}\cdot\mathrm{CR}=-x^2+16$$

答え　$S_1=-x^2+8x$,　$S_2=-x^2+16$

問 2

計算式

$$S_3=\frac{1}{2}(\mathrm{PB}+\mathrm{CR})\,\mathrm{BC}=48$$

答え　$S_3=48$

受験番号	

数学Ⅰ解答用紙 (No.2)

問 3

計算式

$$
\begin{aligned}
S_4 &= S_3 - S_1 - S_2 \\
&= 48 - \left(-x^2 + 8x\right) - \left(-x^2 + 16\right) \\
&= 2x^2 - 8x + 32 \\
&= 2\left(x - 2\right)^2 + 24
\end{aligned}
$$

ゆえに、$x = 2$ のとき、S_4 は最小値 24 をとる。

答え　$S_4 = 24$

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

三平方の定理より

$$\mathrm{OP} = \mathrm{OQ} = \sqrt{p^2 + p^4}$$

また、点 P と点 Q は y 軸を挟んで等距離に位置することから

$$\mathrm{PQ} = 2p$$

答え　$\mathrm{OP} = \mathrm{OQ} = \sqrt{p^2 + p^4}$，$\mathrm{PQ} = 2p$

問 2

計算式

△OPQ に余弦定理を適用すると

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{OP}^2 + \mathrm{PQ}^2 - \mathrm{OQ}^2}{2 \cdot \mathrm{OP} \cdot \mathrm{PQ}} = \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}$$

$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ を代入して整理すると $p = \sqrt{2}$

$\mathrm{PQ} = 2p$ 、点 O から PQ の中点までの長さは p^2 であるから

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} 2p \cdot p^2 \\
&= p^3 \\
&= 2\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

答え　$S = 2\sqrt{2}$

問 3

計算式

三角形の面積とその内接円の半径 r の関係より

$$S = \frac{r}{2}\left(\mathrm{OP} + \mathrm{OQ} + \mathrm{PQ}\right)$$

$$r = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{p^2 + p^4} + p} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

ゆえに

$$S' = \pi r^2 = \left(4 - 2\sqrt{3}\right)\pi$$

答え　$S' = \left(4 - 2\sqrt{3}\right)\pi$

小　計	総　計

受験番号	

2025年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ解答用紙 (No.3)

余白 (計算用に利用してください。この用紙も回収します。)

受験番号	