2023年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験 1 期

数学 I

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し，計算式の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数で解答する場合，それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば，$\frac{3}{4}$ と答えるところを，$\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また，分数の分母に根号を含む場合は，分母を有理化して答えなさい。

I　以下の問いに答えなさい。

問 1　$a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$ を因数分解しなさい。

問 2　$x^2+2xy-4x-6y+3$ を因数分解しなさい。

問 3　$(x^2+3x)(x^2+3x-2)-8$ を因数分解しなさい。

問 4　$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}\,,y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，x^2+y^2+3xy の値を求めなさい。

問 5　$\frac{40}{11}$ を循環小数で表しなさい。

II　△ABC において，∠A,∠B,∠C の大きさをそれぞれ $A\,,B\,,C$ で表し，辺 BC,CA,AB の長さをそれぞれ a,b,c で表す。$A=45°\,,b=\sqrt{6}\,,c=1+\sqrt{3}$ とするとき，以下の問いに答えなさい。

問 1　a を求めなさい。

問 2　B を求めなさい。

問 3　$\sin C$ を求めなさい。

問 4　$\cos C$ を求めなさい。

問 5　△ABC の面積 S を求めなさい。

Ⅲ　放物線 $y = -x^2 + 2x + a - 1$ について，以下の問いに答えなさい。

問１　放物線の頂点 A の座標を求めなさい。

問２　点 B(2 , −2) に関して，頂点 A を対称移動した点 C の座標を求めなさい。

問３　放物線を点 B(2 , −2) に関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

問４　もとの放物線と，問３で求めた放物線が共有点をもつような a の値の範囲を求めなさい。

Ⅳ　半径１の球に内接し，１辺の長さが a の正四面体 ABCD について，以下の問いに答えなさい。

問１　頂点 D から面 ABC へ垂線 DH を引く。このとき，a を用いてAH の長さを表しなさい。

問２　a を用いて DH の長さを表しなさい。

問３　a の値を求めなさい。

問４　正四面体 ABCD の体積 V を求めなさい。

問題は以上で終わりです。

2023年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験１期

数学Ⅰ解答用紙 (No. 1)

Ⅰ

問 1	$(a-b-c)^2$	問 2	$(x-3)(x+2y-1)$
問 3	$(x-1)(x+1)(x+2)(x+4)$	問 4	13
問 5	$3.\dot{6}\dot{3}$		

小　計

Ⅱ

問 1	2	問 2	60°
問 3	$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	問 4	$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
問 5	$\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$		

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$y=-x^2+2x+a-1$

$\quad =-(x-1)^2+a$

したがって，放物線の頂点 A の座標は A$(1,a)$

答え　A$(1,a)$

問 2

計算式

２つの点 A, B を通る直線の方程式を $y=cx+d$ とおくと，

$$\begin{cases} a=c+d \\ -2=2c+d \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} c=-a-2 \\ d=2a+2 \end{cases}$$

したがって，直線 AB の方程式は

$y=-(a+2)x+2a+2$

である。また，点C の x 座標は $2+1=3$ であるから，y 座標は

$y=-(a+2)\times 3+2a+2=-a-4$

よって，C$(3,-a-4)$

[補足] 中点の座標を求める公式を用いると，次のように解くこともできる。

点 C の座標をC(X,Y) とおくと，A$(1,a)$ と点 C の中点が B$(2,-2)$ であるから，

$$\frac{1+X}{2}=2,\quad \frac{a+Y}{2}=-2$$

したがって，$X=3, Y=-a-4$

答え　C$(3,-a-4)$

受 験 番 号	

数学Ⅰ解答用紙（No. 2）

問 3

計算式

求める放物線は，点C を頂点として，下に凸の放物線であるから，

$y=(x-3)^2-a-4$

したがって，

$y=x^2-6x-a+5$

答え　$y=x^2-6x-a+5$

問 4

計算式

２つの放物線 $y=-x^2+2x+a-1$ と $y=x^2-6x-a+5$ が共有点をもつのは，２つの方程式を連立して得られる２次方程式が実数解を少なくとも一つもつときである。

$-x^2+2x+a-1=x^2-6x-a+5$

$2x^2-8x-2a+6=0$

$x^2-4x-a+3=0$

この２次方程式が実数解を少なくとも一つもつ条件は，判別式を D として，

$\frac{D}{4}=4-(-a+3)\geqq 0$

したがって，$a\geqq -1$

答え　$a\geqq -1$

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

△ADH，△BDH，△CDH は，いずれも直角三角形であり，辺 DH を共有し，AD = BD = CD であるから合同である。したがって，AH = BH = CH が成り立つことから，点 H は△ABC の外心である。AH は△ABC の外接円の半径なので，正弦定理により，

$\mathrm{AH}=\frac{a}{2\sin 60^\circ}=\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\,a}{3}$

答え　$\frac{\sqrt{3}\,a}{3}$

問 2

計算式

直角三角形 ADH において，三平方の定理により，

$\mathrm{DH}=\sqrt{\mathrm{AD}^2-\mathrm{AH}^2}$

$=\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{3}\,a}{3}\right)^2}$

$=\frac{\sqrt{6}\,a}{3}$

答え　$\frac{\sqrt{6}\,a}{3}$

受験番号	

数学Ⅰ解答用紙（No. 3）

問 3

計算式

四面体 ABCD の外接球の中心を O とすると，点 O は線分 DH 上にある。
直角三角形 AOH において，三平方の定理により，

$$\mathrm{AH}^2+\mathrm{OH}^2=\mathrm{OA}^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}\,a}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}\,a}{3}-1\right)^2=1^2$$

$$a=\frac{2\sqrt{6}}{3}$$

答え　$a=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

問 4

計算式

△ABC の面積を S とすれば，

$$S=\frac{1}{2}\cdot a^2\cdot\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

また，正四面体 ABCD において △ABC を底面とするとき，高さは DH であり，

$$\mathrm{DH}=\frac{\sqrt{6}\,a}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{4}{3}$$

したがって，正四面体 ABCD の体積 V は

$$V=\frac{1}{3}\times S\times\mathrm{DH}=\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{27}$$

答え　$\dfrac{8\sqrt{3}}{27}$

小　計

総　計

余白（計算に利用してください。）

受 験 番 号	