2022年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ

解答上の注意
1. 解答は解答用紙に記入し，計算式の欄には計算過程を記述しなさい。 2. 分数で解答する場合，それ以上約分できない形で答えなさい。 例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。 3. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。 例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。 4. 分数の分母に根号を含む場合，分母を有理化して答えなさい。 5. 根号の中に根号が含まれる場合，そのままの形で答えなさい。

Ⅰ　**以下の問いに答えなさい。**

問１　$(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ を展開しなさい。

問２　x^3-x^2+xy-y を因数分解しなさい。

問３　$\sqrt{3}$ の小数部分を m とするとき，$\dfrac{1}{m}$ の小数部分 n の値を求めなさい。

問４　方程式 $|x|=3x-2$ を解きなさい。

問５　x の２次不等式 $x^2+ax+a+3>0$ の解がすべての実数であるとき，実数 a のとり得る値の範囲を求めなさい。

Ⅱ　**以下の問いに答えなさい。**

問１　x, y を実数とする。

（1）　$x^2+3y^2=2$ のとき，x のとり得る値の範囲を求めなさい。

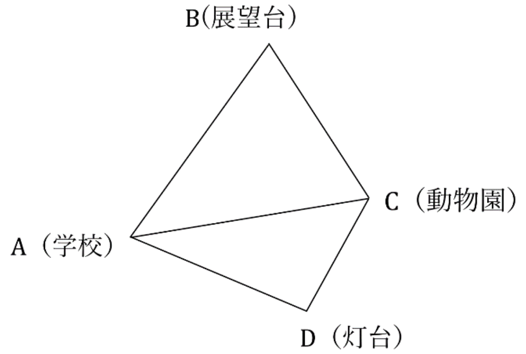
（2）　(1)のとき，$3y^2+x$ の最大値と最小値を求めなさい。

問２　O を中心とし，半径１の円に内接する正六角形がある。

（1）　正六角形の周の長さを求めなさい。

（2）　円の中心 O を通り，正六角形の一辺の長さを二等分する直線は３本あり，それらと円の交点は６個ある。この６個の点と正六角形の６個の頂点を直線で結んでできる正十二角形の周の長さを求めなさい。

Ⅲ　ある市には学校，展望台，動物園，灯台の 4 カ所がある。下図において 4 つの点 $\mathrm{A, B, C, D}$ はそれぞれ学校，展望台，動物園，灯台を表している。また，学校と動物園，学校と灯台，展望台と動物園，動物園と灯台の間の直線距離はそれぞれ $7km$，$5km$，$5km$，$3km$ であり，$\angle \mathrm{ADC} = 120°$ であることがわかっている。このとき，次の問いに答えなさい。

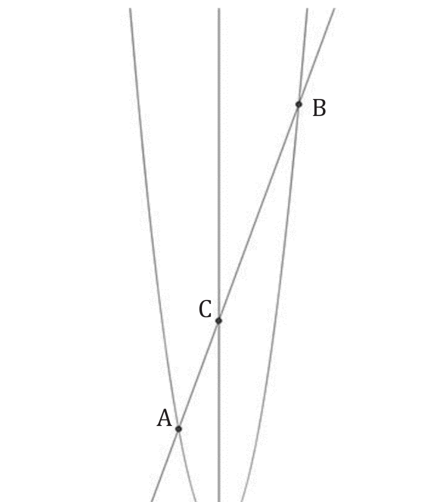


問１　４カ所を直線で結んでできる四角形ABCDが円に内接するとき，学校から展望台までの直線距離（ABの長さ）を求めなさい。

問２　４カ所のそれぞれの場所から等距離にある場所に新たに公園をつくる計画がある。学校と公園の間の直線距離を求めなさい。

問３　展望台から灯台までの直線距離（BDの長さ）を求めなさい。

Ⅳ　放物線 $y = 3x^2$ と直線 l が 2 点 $\mathrm{A, B}$ で交わっており，点Aの x 座標は -1 である。また，直線 l は y 軸と点C において交わっている。さらに，三角形OABと三角形OACの面積の比は $3:1$ である。このとき，次の問いに答えなさい。



問１　点B の x 座標を b とする。b の値を求めなさい。

問２　放物線上に動点 $\mathrm{P}(a,\ 3a^2)$ がある。ただし，a は $0 \leqq a < b$ を満たすように動く。このとき，三角形 PAB の面積 S を，a の式で表しなさい。

問３　S の最大値を求めなさい。

問題は以上で終わりです。

2022年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ解答用紙（No. 1）

Ⅰ

問１	x^4+x^2+1	問２	$(x-1)(x^2+y)$
問３	$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$	問４	$x=1$
問５	$-2<a<6$		

小　計

Ⅱ

問１	(1)	$-\sqrt{2}\leqq x\leqq\sqrt{2}$	(2)	最大値 $\dfrac{9}{4}$ ，最小値 $-\sqrt{2}$
問２	(1)	6	(2)	$12\sqrt{2-\sqrt{3}}$

小　計

Ⅲ

問１

計算式

四角形 ABCD は円に内接しているから $\angle\mathrm{ABC}=180^\circ-\angle\mathrm{ADC}=60^\circ$ である．
したがって，$\mathrm{AB}=x$とおいて三角形 ABC に余弦定理を用いると，

$$\mathrm{AC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2-2\times\mathrm{AB}\times\mathrm{BC}\times\cos 60^\circ$$

$$7^2=x^2+5^2-2\times x\times 5\times\frac{1}{2}$$

$$x^2-5x-24=0$$

$$(x-8)(x+3)=0$$

$x=\mathrm{AB}>0$ であるから，

$$x=8\ (=\mathrm{AB})$$

答え　$8\ (km)$

問２

計算式

公園を点 P で表すと $\mathrm{AP}=\mathrm{BP}=\mathrm{CP}=\mathrm{DP}$ が成り立つ．
したがって，点 P は四角形 ABCD の外接円の中心であるから，AP の長さは四角形 ABCD の
外接円の半径の長さに等しい．
これは，三角形 ABC の外接円の半径の長さと同じであるから，三角形 ABC に正弦定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{AC}}{2\sin 60^\circ}=\frac{7}{\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

答え　$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\ (km)$

受 験 番 号	

数学Ⅰ解答用紙（No. 2）

問 3

計算式

$\mathrm{BD}=y$とおいて三角形 ABD および三角形 BCDにそれぞれ余弦定理を用いると，

$$\begin{cases} \mathrm{BD}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2-2\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AD}\times\cos\angle\mathrm{BAD} \\ \mathrm{BD}^2=\mathrm{BC}^2+\mathrm{CD}^2-2\times\mathrm{BC}\times\mathrm{CD}\times\cos\angle\mathrm{BCD} \end{cases}$$

が成り立つ．ここで，

$\cos\angle\mathrm{BCD}=\cos(180^\circ-\angle\mathrm{BAD})=-\cos\angle\mathrm{BAD}$

であるから，

$$\begin{cases} y^2=8^2+5^2-2\times8\times5\times\cos\angle\mathrm{BAD} \\ y^2=5^2+3^2+2\times5\times3\times\cos\angle\mathrm{BAD} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2=64+25-80\cos\angle\mathrm{BAD} \\ y^2=25+9+30\cos\angle\mathrm{BAD} \end{cases}$$

この 2 つの式から $\cos\angle\mathrm{BAD}$ を消去すると $y^2=49$ を得る．したがって，

$y=7\ (=\mathrm{BD})$

答え　$7\ (km)$

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

三角形 OAB と三角形 OAC の面積比が 3: 1 であるから，三角形 OAC と三角形 OBC の面積比は1: 2 である．したがって，OC を底辺とみると高さの比が1: 2 である．これと点 A の x 座標が -1 であることから，点 B のx 座標は 2 である．

答え　2

問 2

計算式

平面上に 3 点 $\mathrm{D}(-1,0)$, $\mathrm{E}(2,0)$, $\mathrm{Q}(a,0)$ をとる．

台形ABEDの面積，台形APQDの面積，台形 PBEQ の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とおくと

$S=S_1-S_2-S_3$

である．問 1 の結果から $\mathrm{B}(2,12)$，$0\leqq a<2$ であるから，

$$S_1=(3+12)\times3\div2=\frac{45}{2}$$

$$S_2=(3+3a^2)\times(a+1)\div2=\frac{3}{2}(a^2+1)(a+1)$$

$$S_3=(3a^2+12)\times(2-a)\div2=\frac{3}{2}(a^2+4)(2-a)$$

したがって，

$$S=\frac{45}{2}-\frac{3}{2}(a^2+1)(a+1)-\frac{3}{2}(a^2+4)(2-a)$$

$$=-\frac{9}{2}a^2+\frac{9}{2}a+9$$

答え　$S=-\frac{9}{2}a^2+\frac{9}{2}a+9$

受 験 番 号	

数学Ⅰ解答用紙 (No. 3)

問３

計算式

$$S = -\frac{9}{2}a^2 + \frac{9}{2}a + 9$$

$$= -\frac{9}{2}\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{81}{8}$$

ここで， $0 \leqq a < 2$ であるから，S は

$$a = \frac{1}{2}$$

のとき最大値をとる．求める最大値は

$$\frac{81}{8}$$

答え $\frac{81}{8}$

小　計

総　計

余白（計算に利用してください。）

受 験 番 号	