2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、計算式 の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ　以下の問いに答えなさい。

問１　$(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$ を展開しなさい。

問２　$16x^2-(3y+z)^2$ を因数分解しなさい。

問３　$\sqrt{2}$ の整数部分を a、小数部分を b とするとき、$\dfrac{3a}{b}$ の整数部分 c と小数部分 d の値を求めなさい。

問４　x の不等式 $0.4x-1<0.15x-0.25$ を解きなさい。

問５　$\dfrac{4}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ を有理化しなさい。

Ⅱ　以下の問いに答えなさい。

問１　関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2+6ax+4$ が $x=3$ で最小値をとるとき、定数 a の値と y の最小値を求めなさい。

問２　２次方程式 $x^2+5x+d=0$ が異なる２つの実数解をもつとき、実数 d の範囲を求めなさい。

問３　x の連立不等式 $\begin{cases} x^2+8x+15>0 \\ x^2+4x-12\leqq 0 \end{cases}$ を解きなさい。

問４　直角をはさむ２辺の長さの和が 8cm の直角三角形について、斜辺の長さの最小値を求めなさい。

Ⅲ　円形（完全な円）のランニングコース上に異なる 4 つの休憩地点 A, B, C, D があり、各地点を直線で結ぶ道路 AB, BC, CD, DA を新設することになった。この道路について AB=3km, BC=4km, CD=1km, $\angle \mathrm{ABC} = 60^\circ$ とするとき、以下の問いに答えなさい。ただし、ランニングコースの道幅と道路の幅は無視できるものとする。

問 1　休憩地点を結ぶ道路 AC, AD の距離を求めなさい。

問 2　四角形 ABCD の面積 S を求めなさい。

問 3　△ABC に内接する円形（完全な円）のランニングコースを新設するとき、もとの円形のランニングコースより何 km 短くなるかを求めなさい。なお、円周率は π を使用するものとする。

Ⅳ　△ABC において AB=7, BC=3, CA=5 であるとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　$\angle$ACB の大きさを求めなさい。

問 2　△ABC の外接円の弦 AB に関して外心側の弧 AB 上を動く点 P があるとき、△PAB の面積 S の最大値を求めなさい。

問 3　問 2 のときの点 P を点 D とする。△ABD を底面とし、点 Q を頂点とする三角錐 Q-ABD は AQ=QB=QD=7 を満たすとする。辺 QB, QD 上にそれぞれ点 S, T をとり、$\mathrm{BS} = \dfrac{7}{2}$ となるような折れ線 AS+ST+TA の長さの最小値 L を求めなさい。

2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ解答用紙 (No.1)

Ⅰ

問 1	$x^4-16x^3+86x^2-176x+105$	問 2	$(4x+3y+z)(4x-3y-z)$
問 3	$c=7$　,　$d=3\sqrt{2}-4$	問 4	$x<3$
問 5	$2+\sqrt{2}+\sqrt{6}$		

小　計

Ⅱ

問 1	$a=-\dfrac{1}{3}$　,　$y=1$	問 2	$d<\dfrac{25}{4}$
問 3	$-6 \leqq x < -5$　,　$-3 < x \leqq 2$	問 4	$4\sqrt{2}$ cm

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

△ABC に対して余弦定理を適用すると

$$\mathrm{AC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cos\angle\mathrm{ABC}$$
$$\mathrm{AC}=\sqrt{13}$$

△ADC に対して余弦定理を適用すると

$$\mathrm{AC}^2=\mathrm{AD}^2+\mathrm{CD}^2-2\mathrm{AD}\cdot\mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{ADC}$$
$$13=\mathrm{AD}^2+1+\mathrm{AD}$$
$$(\mathrm{AD}+4)(\mathrm{AD}-3)=0$$
$$\mathrm{AD}=3 \qquad (\because \mathrm{AD}>0)$$

答え　　$\mathrm{AC}=\sqrt{13}$ km　,　AD=3 km

問 2

計算式

△ABC の面積を S_1 とおくと

$$S_1=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\sin\angle\mathrm{ABC}=3\sqrt{3}$$

△ADC の面積を S_2 とおくと

$$S_2=\frac{1}{2}\mathrm{AD}\cdot\mathrm{CD}\sin\angle\mathrm{ADC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$
$$S=S_1+S_2=\frac{15\sqrt{3}}{4}$$

答え　　$S=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$ km^2

受験番号	

2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験２期

数学Ⅰ解答用紙 (No.2)

問３

計算式

元のランニングコースの距離（道のり）を L_1、半径を R_1 とおき、△ABC に対して正弦定理を適用すると

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{ABC}} = 2R_1$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{39}}{3} \quad , \quad L_1 = 2\pi R_1 = \frac{2\sqrt{39}}{3}\pi$$

新設のランニングコースの距離（道のり）を L_2、半径を R_2 とおくと、問２より △ABC の面積 S_1 は $3\sqrt{3}$ であることから

$$S_1 = \frac{1}{2}R_2\left(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{AC}\right)$$

$$R_2 = \frac{7\sqrt{3}-\sqrt{39}}{6} \quad , \quad L_2 = 2\pi R_2 = \frac{7\sqrt{3}-\sqrt{39}}{3}\pi$$

$$L_1 - L_2 = \frac{3\sqrt{39}-7\sqrt{3}}{3}\pi$$

答え　$\frac{3\sqrt{39}-7\sqrt{3}}{3}\pi$ km

小　計

Ⅳ

問１

計算式

△ABC に余弦定理を適用すると

$$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BC}\cos\angle\mathrm{ACB}$$

$$\cos\angle\mathrm{ACB} = -\frac{1}{2}$$

$$\angle\mathrm{ACB} = 120^\circ \quad (\because 0^\circ < \angle\mathrm{ACB} < 180^\circ)$$

答え　$\angle\mathrm{ACB} = 120^\circ$

問２

計算式

∠ACB が鈍角であることから、△ABC の外心は △ABC の外部にあり、弦 AB に関して頂点 C と反対側にある。したがって、点 P は直線 AB に関して頂点 C と反対側の円弧上を動く。よって、△PAB の面積 S が最大になるのは、点 P から辺 AB へ下ろした垂線の長さが最大になるときであり、それは△PAB が PA=PB の二等辺三角形になるときである。さらに、∠ACB $= 120^\circ$ から ∠APB $= 60^\circ$ であることを考えると、△PAB は１辺の長さ AB=PA=PB =7 の正三角形である。したがって、その面積 S は

$$S = \frac{1}{2}\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}\sin\angle\mathrm{APB} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

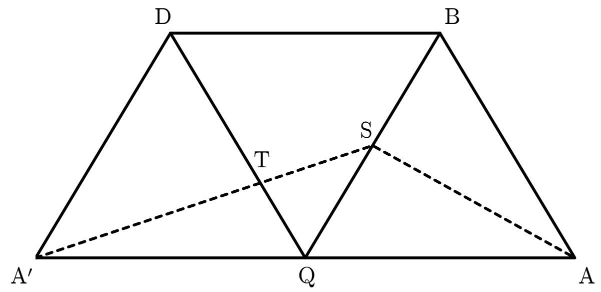
答え　$S = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

問３

計算式

問２の結果と題意より、三角錐 Q-ABD は１辺の長さが７の正四面体であり、その展開図を考えたとき、最小値 L は AS + SA′ となることから、△QAS および △QSA′ にそれぞれ余弦定理を適用すると

$$\begin{aligned} L &= \mathrm{AS} + \mathrm{SA'} \\ &= \sqrt{\mathrm{QA}^2 + \mathrm{QS}^2 - 2\mathrm{QA}\cdot\mathrm{QS}\cos\angle\mathrm{AQS}} + \sqrt{\mathrm{QA'}^2 + \mathrm{QS}^2 - 2\mathrm{QA'}\cdot\mathrm{QS}\cos\angle\mathrm{SQA'}} \\ &= \frac{7\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{2} \end{aligned}$$



答え　$L = \frac{7\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)}{2}$

小　計

総　計

受験番号	