2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験１期

数学Ⅰ（１期）

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、計算式の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ　以下の問いに答えなさい。

問 1　$\left(x^2 - y^2 + 2x - y\right)\left(x^2 + y^2 + 2x + y\right)$ を展開しなさい。

問 2　$x^2 + 2y^2 + 3xy + 2x + 3y + 1$ を因数分解しなさい。

問 3　$a = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ のとき、$\dfrac{b}{a} + \dfrac{a}{b}$ の値を求めなさい。

問 4　$x = 1 - 2x^2$ のとき、x の値を求めなさい。

問 5　x の連立不等式 $\begin{cases} x^2 + x - 2 < 0 \\ x^2 + x - 1 > 0 \end{cases}$ を解きなさい。

Ⅱ　以下の問いに答えなさい。

問 1　3 辺の長さが a, b, c で、この各辺の対角の大きさを A, B, C とする $\triangle\mathrm{ABC}$ において、$A = 30^\circ,\ B = 45^\circ,\ a = \sqrt{2}$ とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1)　b の値を求めなさい。

(2)　c の値を求めなさい。

(3)　$\sin C$ の値を求めなさい。

問 2　2 次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフを x 軸方向に -4 だけ平行移動し、さらに原点に関して対称移動したところ、$y = -x^2 + 4x - 1$ になった。このとき、 a および b の値を求めなさい。

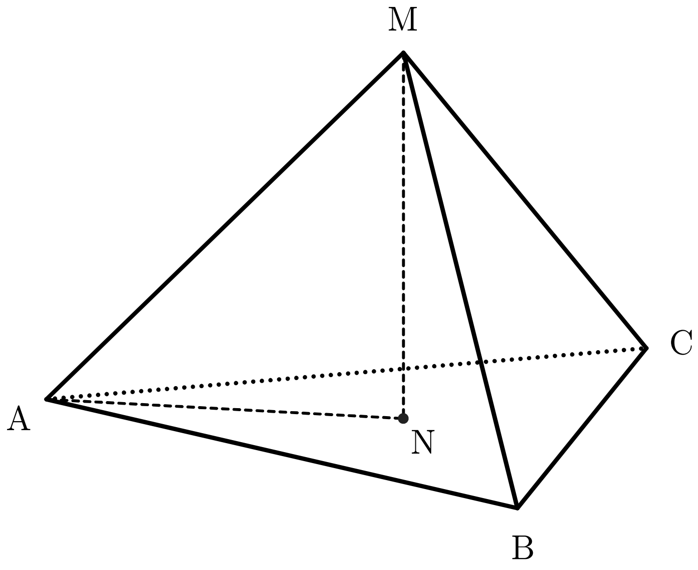
Ⅲ　k を定数とするとき、2 次関数 $y = x^2 - 2x + k^2 - k - 1$ の表す放物線を C とする。以下の問いに答えなさい。

問 1　放物線 C の頂点 P の座標を求めなさい。

問 2　放物線 C が x 軸と 2 つの点で交わるとき、k の取りうる値の範囲を求めなさい。

問 3　問 2 の条件のもとで、放物線 C と x 軸の 2 つの交点を A, B とするとき、線分 AB の長さ L を k の式で表しなさい。

Ⅳ　△ABC を底面とし、M を頂点とする 1 辺の長さが 1 の正四面体 M-ABC について、以下の問いに答えなさい。



問 1　頂点 M から △ABC へ垂線 MN を下ろすとき、線分 AN の長さを求めなさい。

問 2　正四面体の高さ MN の値を求めなさい。

問 3　正四面体 M-ABC に外接する球の半径 R の長さを求めなさい。

2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験１期

数学Ⅰ解答用紙 (No.1)（1期）

Ⅰ

問 1	$x^4 - y^4 + 4x^3 - 2y^3 + 4x^2 - y^2$	問 2	$(x+y+1)(x+2y+1)$
問 3	34	問 4	$x = -1 \ ,\ \dfrac{1}{2}$
問 5	$-2 < x < \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \ ,\ \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} < x < 1$		

小　計

Ⅱ

問 1

(1)	(2)	(3)
2	$1+\sqrt{3}$	$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

問 2	$a = -4 \ ,\ b = 1$

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$$y = x^2 - 2x + k^2 - k - 1$$
$$= (x-1)^2 + k^2 - k - 2$$

答え　$\left(1\ ,\ k^2 - k - 2\right)$

問 2

計算式

題意より、$\dfrac{D}{4} > 0$ であるから

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 \cdot \left(k^2 - k - 1\right) = -k^2 + k + 2 > 0$$
$$k^2 - k - 2 < 0$$
$$(k-2)(k+1) < 0$$
$$-1 < k < 2$$

答え　$-1 < k < 2$

受験番号	

数学Ⅰ解答用紙 (No.2) （１期）

問 3

計算式

$y=0$ における x の値は、解の公式より

$$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-(k^2-k-1)}$$
$$=1\pm\sqrt{-k^2+k+2}$$
$$L=\left(1+\sqrt{-k^2+k+2}\right)-\left(1-\sqrt{-k^2+k+2}\right)$$
$$=2\sqrt{-k^2+k+2}$$

答え　$L=2\sqrt{-k^2+k+2}$

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

辺 AB の中点を P とおくと、△ANP は

$$\angle\mathrm{APN}=90^\circ$$
$$\angle\mathrm{PAN}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}=30^\circ$$
$$\angle\mathrm{ANP}=60^\circ$$

の直角三角形であるから、

$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AN}}=\cos 30^\circ$$
$$\mathrm{AN}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

答え　$\mathrm{AN}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

問 2

計算式

△AMN に対して三平方の定理を適用すると

$$\mathrm{MN}=\sqrt{\mathrm{AM}^2-\mathrm{AN}^2}$$
$$=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

答え　$\mathrm{MN}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

問 3

計算式

球の中心を点 O とおくと、点 O は正四面体の 4 つの点 M, A, B, C からそれぞれの点が対面する三角形に下ろした 4 本の垂線の交点と一致する。また、△AMN を考えるとき、点 O は辺 MN 上に存在すること (ここまでの証明は省略) から、

$$\mathrm{NO}+\mathrm{MO}=\mathrm{MN}\cdots(1)$$

点 A, M は球に接し、点 O はその球の中心であるから、

$$\mathrm{AO}=\mathrm{MO}=R\cdots(2)$$

△ANO に対して三平方の定理を適用すると

$$\mathrm{AN}^2+\mathrm{NO}^2=\mathrm{AO}^2\cdots(3)$$

式 (3) に式 (1), (2) を適用すると

$$\mathrm{AN}^2+(\mathrm{MN}-R)^2=R^2$$
$$R=\frac{\sqrt{6}}{4}$$

答え　$R=\frac{\sqrt{6}}{4}$

小　計

総　計

受験番号	

2021年度　茨城キリスト教大学一般選抜入学試験１期

数学Ⅰ解答用紙 (No.3) （1期）

余白 (計算用に利用してください。この用紙も回収します。)

受験番号	