2020年度　茨城キリスト教大学入学試験問題

数学Ⅰ（A日程）

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、計算式 の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ　以下の問いに答えなさい。

問 1　$(x+3y+2z)(x+3y-2z)$ を展開しなさい。

問 2　$4x^3y-9xy^3$ を因数分解しなさい。

問 3　$\sqrt{3}\left(2\sqrt{12}+\sqrt{15}+2\sqrt{27}\right)$ を計算しなさい。

問 4　$\dfrac{1}{3}x+1<x-\dfrac{1}{3}$ を解きなさい。

問 5　集合 $U=\{x\,|\,1$ から 10 の自然数 $\}$ の部分集合 $A,\ B$ について、$A\cap B=\{2,7\}$, $\bar{A}\cap\bar{B}=\{1,3,5\}$, $\bar{A}\cap B=\{4,9,10\}$ がわかっているとき、集合 A を求めなさい。

Ⅱ　以下の問いに答えなさい。

問 1　連続した 3 つの正の整数があり、最も大きな数の 3 倍が他の 2 数の積より 9 小さいとき、これら 3 つの整数の値を求めなさい。

問 2　放物線 $y=x^2+6x+6$ を x 軸方向に 2、y 軸方向に 3 移動した放物線の方程式を求めなさい。

問 3　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$, $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき、次の値を求めなさい。

(1)　$4\sin\theta\cos\theta$　　　(2) $\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

Ⅲ　3 辺 a, b, c の比が $2 : 3 : 4$ で、この各辺の対角の大きさを A, B, C とする三角形について、三角形の外接円の半径 R が 4 のとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　$\cos A$ の値を求めなさい。

問 2　a, b, c の値を求めなさい。

問 3　三角形の面積 S を求めなさい。

Ⅳ　点 P を頂点とし、正方形 ABCD を底面とする四角錐 P-ABCD について、底面の 1 辺の長さが 4、斜辺 PA の長さが 6 であるとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　四角錐の高さを求めなさい。

問 2　$\cos\angle\mathrm{APC}$ の値を求めなさい。

問 3　この四角錐に外接する球の半径 R を求めなさい。

2020 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学I解答用紙 (No.1) （A 日程）

I

問 1	$x^2+6xy+9y^2-4z^2$	問 2	$xy(2x+3y)(2x-3y)$
問 3	$30+3\sqrt{5}$	問 4	$x>2$
問 5	$A=\{2,\ 6,\ 7,\ 8\}$		

小　計

II

問 1	5，6，7	問 2	$y=x^2+2x+1$

問 3

(1)	(2)
$-\dfrac{3}{2}$	$\dfrac{11}{8}$

小　計

III

問 1

計算式

余弦定理より

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{7}{8}$$

答え　$\cos A = \dfrac{7}{8}$

問 2

計算式

$$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$a=2x$ と置くと、正弦定理より

$$a = 2x = 2R\sin A$$

$$x = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\therefore a=\sqrt{15},\quad b=\frac{3\sqrt{15}}{2},\quad c=2\sqrt{15}$$

答え　$a=\sqrt{15},\quad b=\dfrac{3\sqrt{15}}{2},\quad c=2\sqrt{15}$

受験番号	

2020 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.2) （A 日程）

問 3

計算式

三角形の面積公式より

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{45\sqrt{15}}{16}$$

答え　$S = \dfrac{45\sqrt{15}}{16}$

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

$\triangle$ABC は AB $=$ BC $= 4$, $\angle$ABC $= 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから

$$\mathrm{AC} = \mathrm{AB}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

点 P から正方形 ABCD に下した垂線の足（交点）を点 E と置くと、点 E は線分 AC の中点となることから

$$\mathrm{AE} = \mathrm{EC} = \frac{1}{2}\mathrm{AC} = 2\sqrt{2}$$

また、$\triangle$PEA は $\angle$PEA $= 90^\circ$ の直角三角形であるから、三平方の定理により

$$\mathrm{PA}^2 = \mathrm{PE}^2 + \mathrm{AE}^2$$
$$\mathrm{PE} = 2\sqrt{7}$$

答え　$2\sqrt{7}$

問 2

計算式

$\triangle$PAC における余弦定理の適用により

$$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{PA}^2 + \mathrm{PC}^2 - 2\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PC}\cos\angle\mathrm{APC}$$

$$\cos\angle\mathrm{APC} = \frac{\mathrm{PA}^2 + \mathrm{PC}^2 - \mathrm{AC}^2}{2\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PC}} = \frac{5}{9}$$

答え　$\cos\angle\mathrm{APC} = \dfrac{5}{9}$

問 3

計算式

正四角錐に外接する球の中心は、$\triangle$PAC の外接円の中心と一致する。また

$$\sin^2\angle\mathrm{APC} + \cos^2\angle\mathrm{APC} = 1$$

$$\sin\angle\mathrm{APC} = \sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{APC}} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$$

であるから、正弦定理より

$$2R = \frac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{APC}}$$
$$R = \frac{9\sqrt{7}}{7}$$

答え　$R = \dfrac{9\sqrt{7}}{7}$

小　計	総　計

受験番号	