2019年度　茨城キリスト教大学入学試験問題

数学Ⅰ（B日程）

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、計算式 の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ 以下の問いに答えなさい。

問 1　$(x-3)(x+5)(x+3)(x-5)$ を展開しなさい。

問 2　$(x+2)^2-1$ を因数分解しなさい。

問 3　$-2<x<6,\ -7<y<4$ のとき、$x+y$ の範囲を求めなさい。

問 4　$\sqrt{6}x^2-\sqrt{2}x+\sqrt{3}x-1=0$ を解きなさい。

問 5　$U=\{x\,|\,0\leqq x\leqq 15, x$ は整数$\}$ を全体集合とし、$A=\{2n\,|\,n\leqq 5, n\in U\}$，$B=\{3n+1\,|\,n\leqq 4, n\in U\}$ とするとき、次の集合の要素を求めなさい。

(1)　$A\cap B$　　(2) $\overline{A\cup\overline{B}}$

Ⅱ 以下の問いに答えなさい。

問 1　放物線 $y=x^2-8x+4k+4$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとき、k の範囲を求めなさい。

問 2　次の表は昨年の 8 月 1 日から 10 日の水戸市の最高気温である。次の値を求めなさい。

月日	8/1	8/2	8/3	8/4	8/5	8/6	8/7	8/8	8/9	8/10
温度 (°C)	34	33	31	32	35	28	25	26	29	34

(1)　平均値　(2) 中央値　(3) 第 1 四分位　(4) 第 3 四分位

問 3　長さ L のロープを 2 本に切り分け、それぞれのロープで面積比 1:2 となる 2 つの正三角形を作るとき、短い方のロープの長さを求めなさい。

Ⅲ　ボールを初速度 v（m/秒)、地面からの角度 θ （$0 < \theta \leqq 90^\circ$）で投げ上げたときの t 秒後のボールの位置（m）が、水平方向 $x = v\cos\theta \cdot t$ 、垂直方向 $y = v\sin\theta \cdot t - 5t^2$ で表されるとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　$v = 20$（m/秒)、$\theta = 30^\circ$ で投げ上げるとき、ボールが到達できる最大の高さとその時刻を求めなさい。

問 2　問 1 の条件のとき、投点から落下地点までの距離を求めなさい。

問 3　$v = 20$（m/秒）で投げ上げるとき、投点から 20 m の地点に落下させるために必要な投げ上げ角度を $\tan\theta$ の値で求めなさい。

Ⅳ　半径 12 の底面をもつ高さ 9 の円錐がある。この円錐を底面から h の高さの所で底面と平行に切り取り、その切断面に $\mathrm{AB} = 4,\ \mathrm{BC} = 4,\ \mathrm{CD} = 6,\ \angle\mathrm{ABC} = 120^\circ$ の四角形 ABCD が内接するとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　切断面の半径 r、および、高さ h を求めなさい。

問 2　四角形 ABCD の面積 S を求めなさい。

問 3　四角形 ABCD の相似形 EFGH が底面の円に内接するとき、立体 ABCD-EFGH の体積 V を求めなさい。

2019 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.1) （B 日程）

Ⅰ

問 1	x^4-34x^2+225	問 2	$(x+1)(x+3)$
問 3	$-9<x+y<10$	問 4	$x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

問 5

(1)	(2)
$\{4,\ 10\}$	$\{1,\ 7,\ 13\}$

小　計

Ⅱ

問 1	$k<3$

問 2

(1)	(2)
30.7	31.5
(3)	(4)
28	34

問 3	$\left(\sqrt{2}-1\right)L$

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$$\begin{aligned} y &= 20\sin 30^\circ \cdot t - 5t^2 \\ &= -5(t-1)^2+5 \end{aligned}$$

ボールの高さは時刻 t の関数として上に凸の放物線で表されることから、最大の高さは放物線の頂点に当たる。

$$\therefore y=5,\ t=1$$

答え　高さ 5 m、時刻 1 秒後

問 2

計算式

ボールの軌道は放物線であることから、最高高度到達までにかかる時間の 2 倍の時間後に落下する。ゆえに

$$\begin{aligned} x &= 20\cos 30^\circ \cdot 2 \\ &= 20\sqrt{3} \end{aligned}$$

答え　$20\sqrt{3}$ m

受験番号	

2019年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.2) （B日程）

問3

計算式

$$\begin{cases} 20 = 20\cos\theta\cdot t & \cdots(1) \\ 0 = 20\sin\theta\cdot t - 5t^2 & \cdots(2) \end{cases}$$

(1) から

$$t = \frac{1}{\cos\theta}$$

(2) に代入して

$$\begin{aligned} 0 &= 20\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - 5\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2 \\ &= 20\tan\theta - 5\left(1+\tan^2\theta\right) \\ &= -5\tan^2\theta + 20\tan\theta - 5 \end{aligned}$$

$\tan\theta = 2\pm\sqrt{3}$　　$\because 0 < \theta \leqq 90^\circ$ で $\tan\theta > 0$

答え　　$\tan\theta = 2\pm\sqrt{3}$

小　計

Ⅳ

問1

計算式

△ABC に対する余弦定理より

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cos\angle ABC \\ &= 48 \\ AC &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

△ABC に対する正弦定理より

$$2r = \frac{AC}{\sin\angle ABC}$$
$$r = 4$$

底面と切断面の円の半径の比は、それぞれの円を底面とする円錐の高さの比に等しいことから

$(9-h) : 4 = 9 : 12$

$h = 6$

答え　　$r = 4$,　$h = 6$

問2

計算式

△CDA に対する余弦定理により

$$AC^2 = CD^2 + DA^2 - 2CD\cdot DA\cos 60^\circ$$
$$DA^2 - 6DA - 12 = 0$$
$$DA = 3+\sqrt{21} \qquad \because DA > 0$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}AB\cdot BC\sin 120^\circ + \frac{1}{2}CD\cdot DA\sin 60^\circ \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{7}}{2} \\ &= \frac{17\sqrt{3}+9\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

答え　　$S = \dfrac{17\sqrt{3}+9\sqrt{7}}{2}$

問3

計算式

四角形 EFGH および四角形 ABCD を底面とする四角錐の体積をそれぞれ V_1, V_2 と置くと

$$V_2 = \frac{1}{3}S(9-h) = S$$

2つの円錐の底面の半径の比から

$$V_1 : V_2 = 3^3 : 1^3 = 27 : 1$$

ゆえに

$$\begin{aligned} V &= V_1 - V_2 \\ &= 27S - S \\ &= 221\sqrt{3} + 117\sqrt{7} \end{aligned}$$

答え　　$V = 221\sqrt{3} + 117\sqrt{7}$

小　計

総　計

受験番号	