2019年度　茨城キリスト教大学入学試験問題

数学Ⅰ（A日程）

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、<u>計算式</u> の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ　以下の問いに答えなさい。

問 1　$\left(x^2+x+2\right)\left(x^2-x+2\right)$ を展開しなさい。

問 2　x^3y-4x^2y+4xy を因数分解しなさい。

問 3　$\left(3-\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ を計算しなさい。

問 4　$1-x<2(x-1)<4x+1$ を解きなさい。

問 5　$A=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ と次の集合との関係を記号 $\subset, \supset, =$ のどれかを使って表しなさい。

(1)　$B=\{x\,|\,x$ は 6 の正の約数 $\}$　　　(2) $C=\{x\,|\,x$ は 18 の正の約数 $\}$

Ⅱ　以下の問いに答えなさい。

問 1　頂点の座標が $(-2, 0)$ で、直線 $y=2x$ と接する放物線の式を求めなさい。

問 2　2 次不等式 $ax^2+bx+8>0$ の解が $x<2,\ x>4$ のとき、定数 a, b の値を求めなさい。

問 3　全長 240 km の自転車ロードレースを最初は時速 30 km で走り、途中から時速 40 km で走るとするとき、完走時間を 6.5 時間以上かつ 7.5 時間以下にするために必要な、時速 30 km で走ることのできる距離の範囲を求めなさい。

Ⅲ　放物線 $y = x^2 + ax + b \ \ (0 \leqq x \leqq 3)$ について、以下の問いに答えなさい。

問 1　頂点の座標を求めなさい。

問 2　y が $x = 1$ で最小値をとり、$x = 3$ で最大値 10 をとるとき、$a,\ b$ の値を求めなさい。

問 3　問 2 で求めた放物線を x 軸方向に p、y 軸方向に q 平行移動すると $y = x^2 - 4x + 7$ になったとき、$p,\ q$ の値を求めなさい。

Ⅳ　公園に $\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = \mathrm{AD} = 3\,\mathrm{m},\ \mathrm{BC} = \mathrm{CD} = \mathrm{DB} = 4\,\mathrm{m}$ の四面体 ABCD の形をした遊具が設置されている。△BCD が地面に接地し、A が頂上とするとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　△BCD に外接する正円形の砂場を設置するとき、この砂場の半径 r を求めなさい。

問 2　頂上 A から直線状のポールが地面に対し垂直に設置されており、四面体の中に降りることができるとき、このポールの長さ h を求めなさい。

問 3　四面体 ABCD の体積 V を求めなさい。

2019 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.1) （A 日程）

Ⅰ

問 1	x^4+3x^2+4	問 2	$xy(x-2)^2$
問 3	$3\sqrt{2}-\sqrt{3}$	問 4	$x>1$

問 5

(1)	(2)
$A \supset B$	$A=C$

小　計

Ⅱ

問 1	$y=\frac{1}{4}(x+2)^2$	問 2	$a=1,\quad b=-6$
問 3	60 km 以上 180 km 以下		

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$$
\begin{aligned}
y &= x^2+ax+b \\
&= \left(x+\frac{a}{2}\right)^2+b-\frac{a^2}{4}
\end{aligned}
$$

答え　$\left(-\frac{a}{2},\ b-\frac{a^2}{4}\right)$

問 2

計算式

下に凸の放物線で、定義域 $(0 \leqq x \leqq 3)$ の両端ではない $x=1$ で最小値をとることから、放物線の軸は $x=1$ となる。よって

$$
-\frac{a}{2}=1
$$
$$
a=-2
$$

$a=-2,\ x=3,\ y=10$ を放物線の式に代入して

$$
\begin{aligned}
y &= x^2+ax+b \\
10 &= 3^2-2\cdot 3+b \\
b &= 7
\end{aligned}
$$

答え　$a=-2,\quad b=7$

受験番号	

2019年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.2)（A日程）

問3

計算式

問1問2より、移動前の放物線の頂点の座標は 点 (1, 6)、
平行移動後の放物線の頂点の座標は

$$
\begin{aligned}
y &= x^2 - 4x + 7 \\
&= (x-2)^2 + 3
\end{aligned}
$$

より、点 (2, 3) であることから、

$$
\begin{cases} 1 + p = 2 \\ 6 + q = 3 \end{cases}
$$

$$\therefore p = 1,\ q = -3$$

答え　$p = 1$，　$q = -3$

小　計

Ⅳ

問1

計算式

△BCD は正三角形で、すべての内角の大きさは 60° であることから、正弦定理により

$$\frac{4}{\sin 60^\circ} = 2r$$

$$r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

答え　$r = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ m

問2

計算式

△BCD と ポールの交点を H とおくと、対称性より △ABH, △ACH, △ADH はすべて合同な直角三角形であるから、各三角形に対する三平方の定理より

$$\mathrm{BH}^2 = \mathrm{CH}^2 = \mathrm{DH}^2 = 3^2 - \mathrm{AH}^2$$

BH = CH = DH から、H は △BCD の外接円の中心であるから

$$\mathrm{BH} = r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$
\begin{aligned}
h = \mathrm{AH} &= \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2} \\
&= \frac{\sqrt{33}}{3}
\end{aligned}
$$

答え　$h = \dfrac{\sqrt{33}}{3}$ m

問3

計算式

△BCD の面積を S とおくと

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\sin 60^\circ \\
&= 4\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3}S\cdot h \\
&= \frac{4\sqrt{11}}{3}
\end{aligned}
$$

答え　$V = \dfrac{4\sqrt{11}}{3}$ m^3

小　計

総　計

受験番号	