2018年度　茨城キリスト教大学入学試験問題

数学Ⅰ（B日程）

解答上の注意

1. 解答は解答用紙に記入し、<u>計算式</u> の欄には計算過程を記述しなさい。
2. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。
   例えば、$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
3. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
   例えば、$4\sqrt{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
   また、分数は分母を有理化して答えなさい。

Ⅰ　以下の問いに答えなさい。

問 1　$(2x+y-3z)^2$ を展開しなさい。

問 2　$xy^2+y^2z-yz^2-xz^2$ を因数分解しなさい。

問 3　次の式を計算しなさい。

(1)　$\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}+\dfrac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$　　(2)　$\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

問 4　$x^2+2(m-1)x+m+11=0$ が異なる 2 つの解をもつとき、定数 m の範囲を求めなさい。

問 5　直線 $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ と $y=-\sqrt{3}x-\dfrac{1}{2}$ のなす角（鋭角）の大きさを求めなさい。

Ⅱ　以下の問いに答えなさい。

問 1　$\triangle\mathrm{ABC}$ において、$\sin\angle\mathrm{A}:\sin\angle\mathrm{B}:\sin\angle\mathrm{C}=3:7:8$ が成り立つとき、以下の問いに答えなさい。

(1)　$\angle\mathrm{B}$ の大きさを求めなさい。

(2)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積が $12\sqrt{3}$ であるとき、$\triangle\mathrm{ABC}$ の 3 辺の長さの和を求めなさい。

問 2　方程式 $x^2-4x+6=0$ の 2 つの解を $\alpha,\ \beta$ とするとき、次の式の値を求めなさい。

(1)　$(\alpha-\beta)^2$　　(2)　$\dfrac{1}{\alpha+1}+\dfrac{1}{\beta+1}$

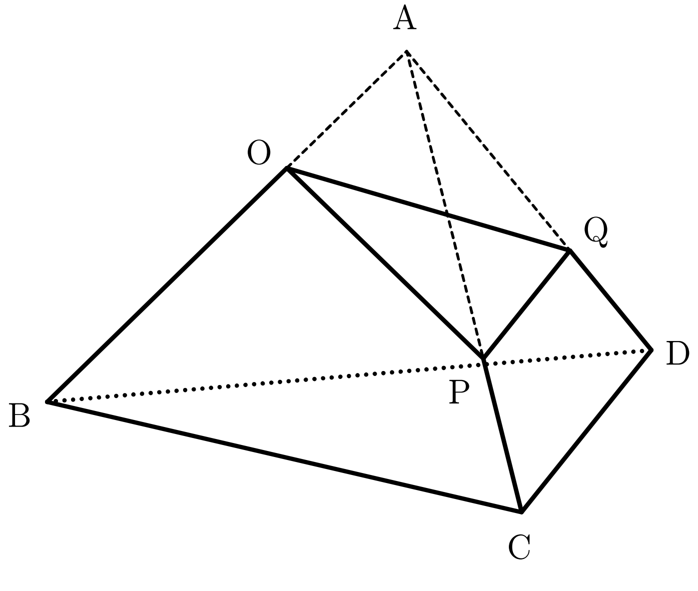
Ⅲ　ある公園には四角形のランニングコース（四角形 ABCD）がある。AB 間の距離が 4 km、AD 間の距離が 6 km、CD 間の距離が 2 km 、$\angle$BAD が 60° で、また、このランニングコースは正円形の外周歩道に内接している。道幅等は無視できるものとしたとき、以下の問いに答えなさい。

問 1　BD 間の距離と BC 間の距離をそれぞれ求めなさい。

問 2　外周歩道の円の半径 R を求めなさい。

問 3　$\triangle$ABD に内接する正円形の池がある。この池の半径 r を求めなさい。

Ⅳ　1 辺の長さが 1 の正四面体 ABCD について、AB=3 AO とする辺 AB 上の点 O から、辺 AB に垂直な面 OPQ で切り取ってできた立体 OPQ−BCD を考えるとき 、以下の問いに答えなさい。



問 1　辺 AB の中点を R とするとき、$\triangle$RCD と $\triangle$OPQ の相似比を求めなさい。

問 2　$\triangle$OPQ の面積を求めなさい。

問 3　立体 OPQ−BCD の体積を求めなさい。

2018 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.1)（B 日程）

Ⅰ

問 1	$4x^2+y^2+9z^2+4xy-6yz-12zx$	問 2	$(y-z)(xy+yz+zx)$

問 3

(1)	(2)
$\dfrac{\sqrt{15}}{3}$	$2-\sqrt{5}$

問 4	$m<-2$, $m>5$	問 5	75°

小　計

Ⅱ

問 1

(1)	(2)
60°	$18\sqrt{2}$

問 2

(1)	(2)
-8	$\dfrac{6}{11}$

小　計

Ⅲ

問 1

計算式

$\triangle$ABD について、余弦定理により

$$\mathrm{BD}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2-2\,\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\cos\angle\mathrm{BAD}$$
$$\mathrm{BD}=2\sqrt{7}\qquad\because \mathrm{BD}>0$$

$\triangle$BCD について、余弦定理により

$$\begin{aligned}\mathrm{BD}^2&=\mathrm{BC}^2+\mathrm{CD}^2-2\,\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{BCD}\\&=\mathrm{BC}^2+\mathrm{CD}^2+2\,\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{BAD}\end{aligned}$$

$$\because \cos\angle\mathrm{BCD}=\cos(180^\circ-\angle\mathrm{BAD})=-\cos\angle\mathrm{BAD}$$

$$\mathrm{BC}^2+2\,\mathrm{BC}-24=0$$
$$(\mathrm{BC}+6)(\mathrm{BC}-4)=0$$
$$\mathrm{BC}=4\qquad\because \mathrm{BC}>0$$

答え　$\mathrm{BD}=2\sqrt{7}$ km , $\mathrm{BC}=4$ km

問 2

計算式

$\triangle$ABD について、正弦定理により

$$\frac{\mathrm{BD}}{\sin\angle\mathrm{BAD}}=2R$$
$$R=\frac{2\sqrt{21}}{3}$$

答え　$R=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$ km

受験番号	

2018 年度　茨城キリスト教大学入学試験

数学Ⅰ解答用紙 (No.2)（B 日程）

問 3

計算式

$\triangle$ABD の面積に着目すると

$$\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle\mathrm{BAD}=\frac{1}{2}(\mathrm{AB}+\mathrm{AD}+\mathrm{BD})\,r$$

$$r=\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle\mathrm{BAD}}{\mathrm{AB}+\mathrm{AD}+\mathrm{BD}}$$
$$=\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{21}}{3}$$

答え　$r=\dfrac{5\sqrt{3}-\sqrt{21}}{3}$ km

小　計

Ⅳ

問 1

計算式

$$\mathrm{AR}:\mathrm{AO}=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$$
$$=3:2$$

答え　$\triangle\mathrm{RCD}:\triangle\mathrm{OPQ}=3:2$

問 2

計算式

$$\mathrm{CR}=\mathrm{CB}\sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

辺 CD 上の中点を M とおくと

$$\mathrm{RM}=\sqrt{\mathrm{CR}^2-\mathrm{CM}^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle$RCD, $\triangle$OPQ の面積をそれぞれ S_1, S_2 と置くと、問 1 より、$S_1:S_2=3^2:2^2$ であるから

$$S_2=\frac{4}{9}S_1=\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2}\mathrm{CD}\cdot\mathrm{RM}=\frac{\sqrt{2}}{9}$$

答え　$\dfrac{\sqrt{2}}{9}$

問 3

計算式

求める体積を V_1、三角錐 ABCD および 三角錐 AOPQ の体積をそれぞれ V_2, V_3 と置くと

$$V_1=V_2-V_3$$

点 A から $\triangle$BCD に下した垂線の足（垂線と $\triangle$BCD との交点）を N と置くと

$$\mathrm{CN}=\frac{\mathrm{CM}}{\cos\angle\mathrm{NCM}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$\mathrm{AN}=\sqrt{\mathrm{AC}^2-\mathrm{CN}^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$
$$V_1=\left\{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\sin\angle\mathrm{BCD}\right)\mathrm{AN}\right\}-\left(\frac{1}{3}S_2\cdot\mathrm{AO}\right)$$
$$=\frac{23\sqrt{2}}{324}$$

答え　$\dfrac{23\sqrt{2}}{324}$

小　計	総　計

受験番号	